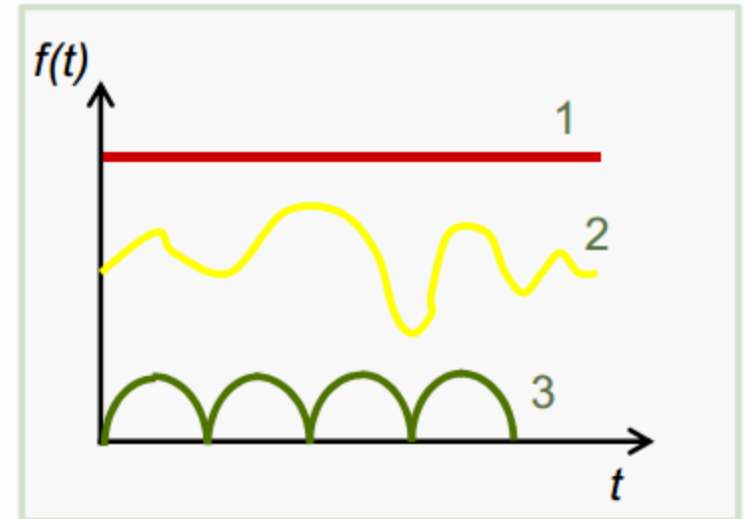
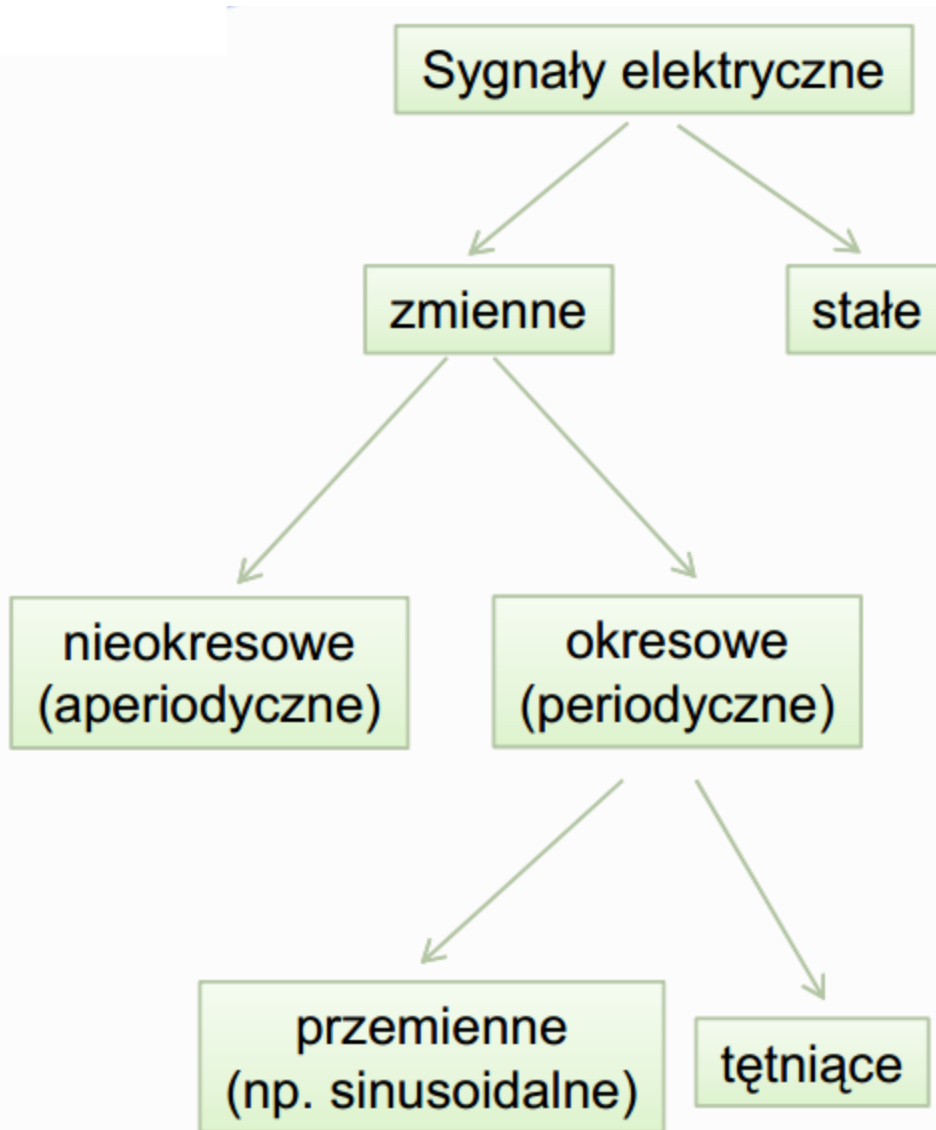


# PODSTAWY ELEKTROTECHNIKI

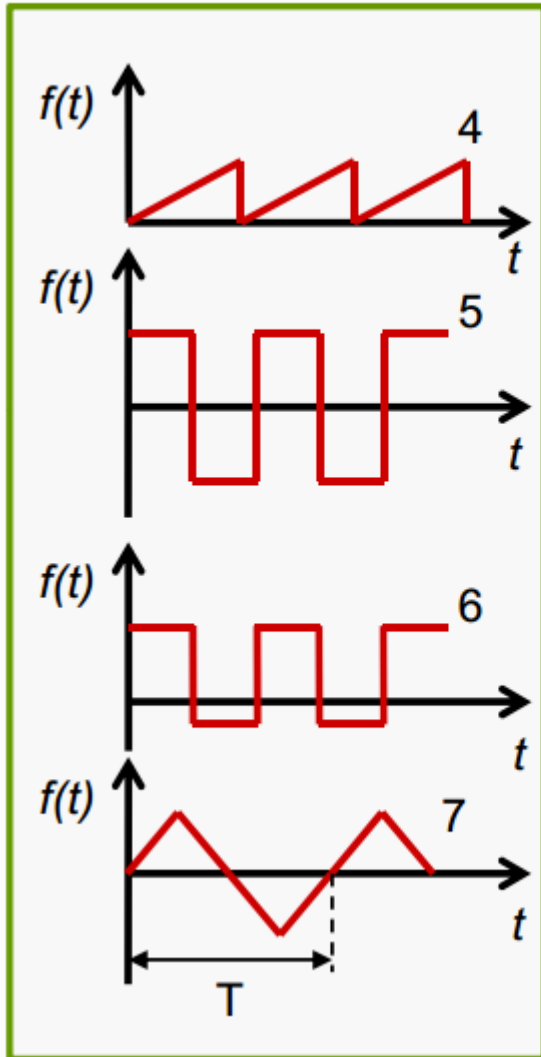
# **PRĄDY PRZEMIENNE**

# **RODZAJE PRĄDÓW ZMIENNYCH (JEDNOFAZOWYCH)**

# RODZAJE PRĄDU ELEKTRYCZNEGO (ZMIENNEGO)



# RODZAJE PRĄDU ELEKTRYCZNEGO (ZMIENNEGO)



## Sygnal jednokierunkowy

jego zwrot nie ulega zmianie w funkcji czasu

## Sygnal zmienny

w funkcji czasu ulega zmianie:

- wartość liczbowa przy niezmiennym zwrocie
- zwrot przy niezmiennym wartości liczbowej
- zwrot, jak i wartość liczbowa

## Sygnal okresowy

powtarza się w równych odstępach czasu

### Okres $T$ [s]

najmniejszy przedział czasu, po którym sygnał okresowy powtarza się

### Częstotliwość $f$ [Hz]

$$f = \frac{1}{T}$$

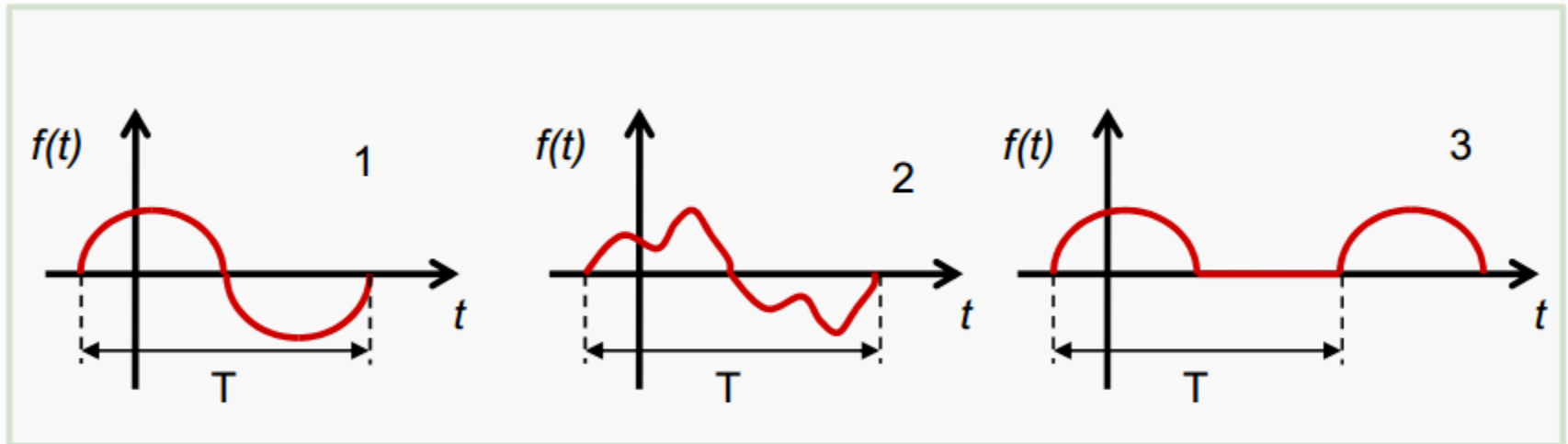
Warunek okresowości sygnału:  $f(t + T) = f(t)$

## RODZAJE PRĄDU ELEKTRYCZNEGO (ZMIENNEGO)

### Sygnał okresowy przemienny

pole powierzchni ograniczonej przebiegiem sygnału w ciągu okresu  $T$  jest równe zero

$$\int_0^T f(t) dt = 0$$

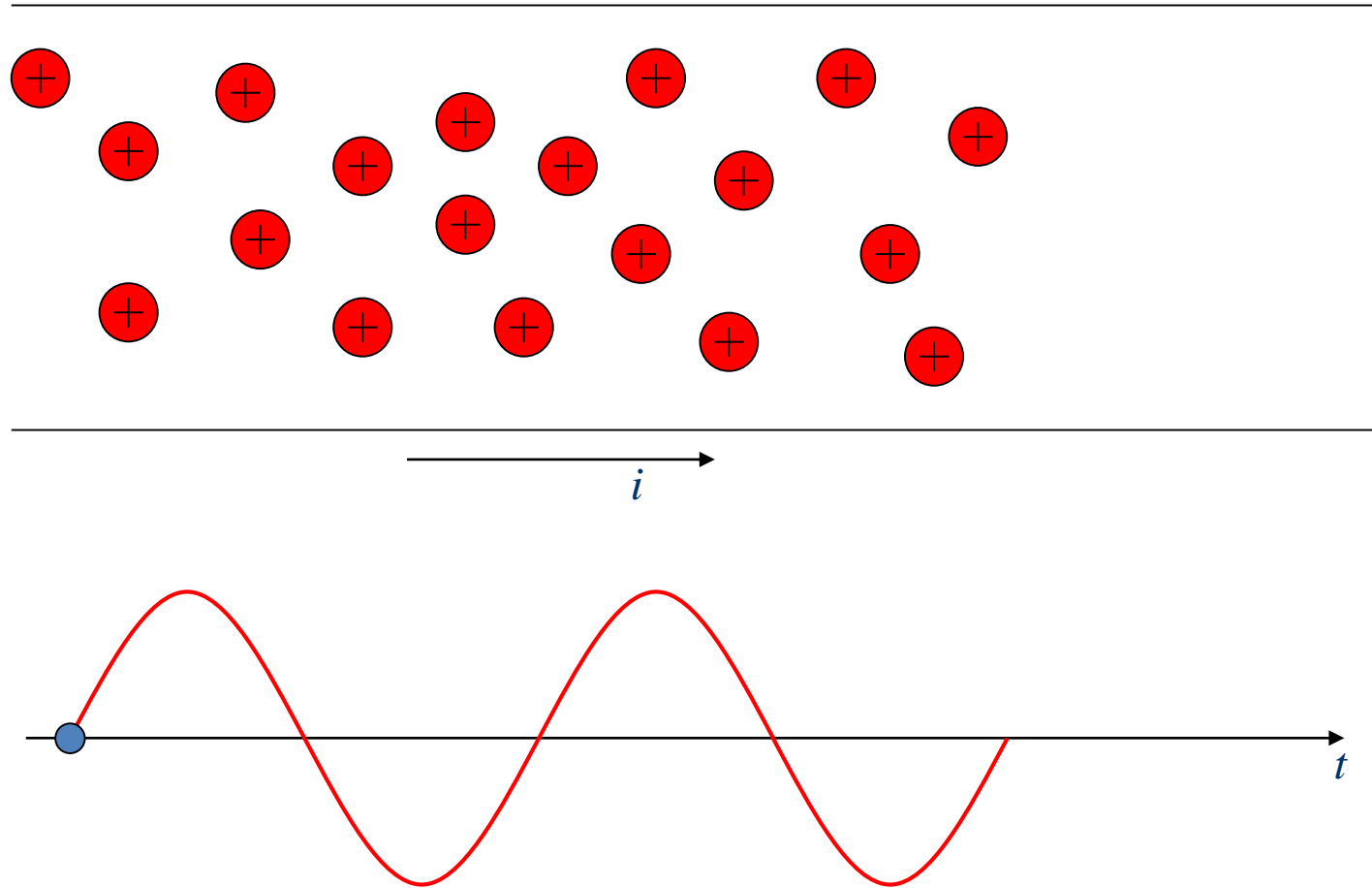


- Sygnały odkształcone (niesinusoidalne)
- Sygnały okresowe niesinusoidalne (m.in. tętniące)

## PRĄDY SINUSOIDALNIE ZMIENNE

- W praktyce spotyka się zarówno napięcia stałe (np. 1,5 V baterii, 5 V zasilacza, 12 V akumulatora) jak i sinusoidalne (np. 230 V w gniazdku instalacji sieciowej).
- Prądy sinusoidalne są łatwo wytwarzane przez generatory z elementami wirującymi.
- Prądy sinusoidalne można transformować na wyższe i niższe napięcia za pomocą transformatorów.

# PRĄDY SINUSOIDALNIE ZMIENNE



# PRĄDY SINUSOIDALNIE ZMIENNE

- Najogólniejszy prąd sinusoidalny ma postać

$$i(t) = I_m \sin(2\pi \frac{t}{T} + \alpha)$$

gdzie:

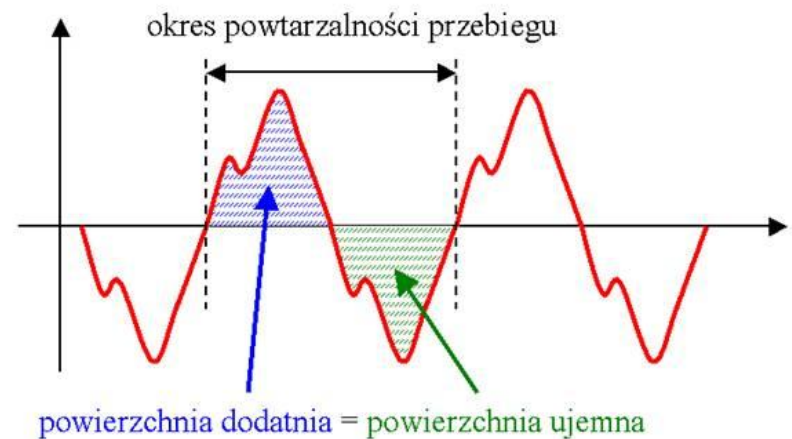
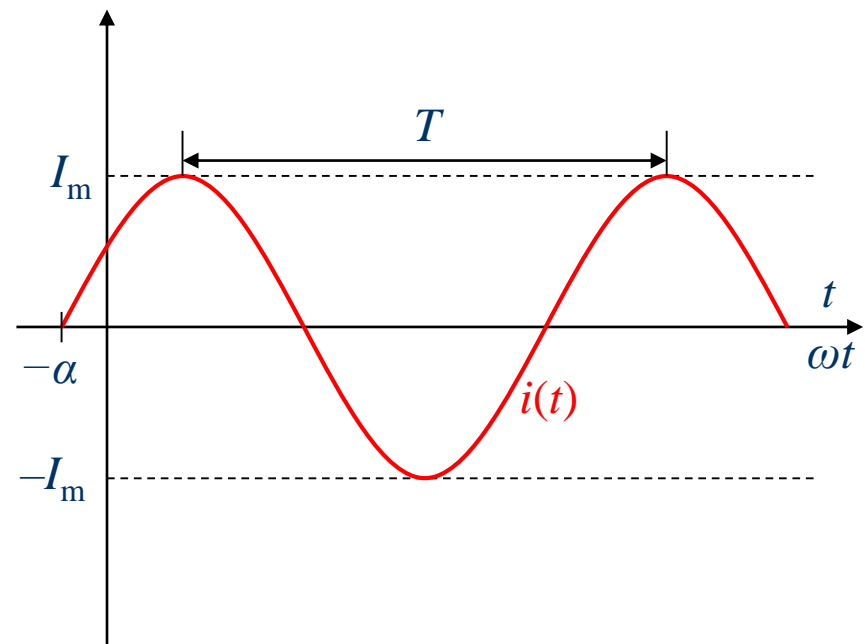
$i$  – wartość chwilowa,

$I_m$  – wartość maksymalna (amplituda),

$T$  – okres,

$\alpha$  – kąt fazowy.

- Wartości  $i(t)$  zmieniają się w czasie sinusoidalnie.
- Wartości  $i(t)$  powtarzają się po upływie okresu  $T$ .



## CZĘSTOTLIWOŚĆ / OKRES

- Odwrotność **okresu** nazywamy **częstotliwością**

$$f = \frac{1}{T}$$

- Jednostką częstotliwości jest Hz (herc, 1/s).
- Liczbowo częstotliwość jest równa ilości okresów w jednej sekundzie.
- Na przykład, 50 Hz oznacza, że wszystkie wartości funkcji powtarzają się kolejno 50 razy w ciągu sekundy.

# PULSACJA

- Bardzo często używa się terminu **pulsacja**. Jest to częstotliwość pomnożona przez kąt pełny

$$\omega = 2\pi f = \frac{2\pi}{T}$$

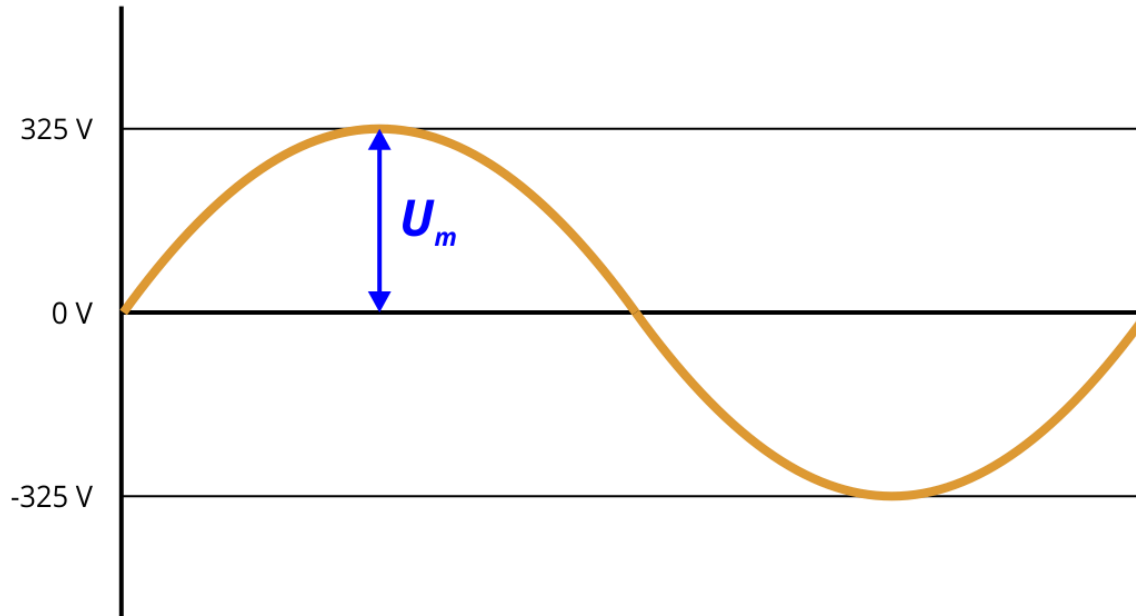
- Jednostką pulsacji jest rad/s.
- Zapis funkcji sinusoidalnej jest wtedy bardziej zwięzły:

$$i(t) = I_m \sin(\omega t + \alpha)$$

**WARTOŚĆ CHWILOWA / ŚREDNIA /  
MAKSYMALNA / SKUTECZNA**

# PRĄDY SINUSOIDALNIE ZMIENNE

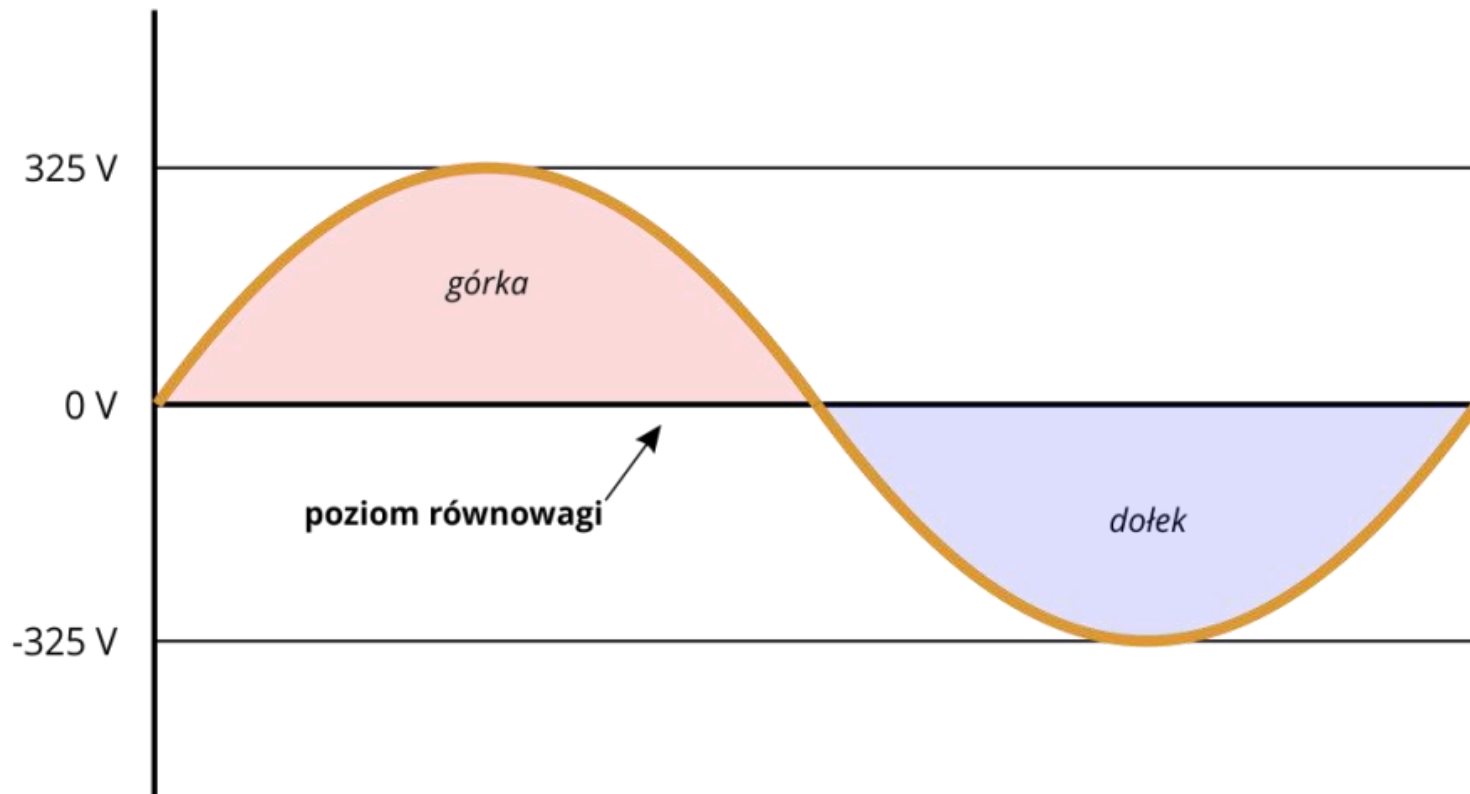
## AMPLITUDA



Amplituda to słowo pochodzące z łaciny, oznaczające wielki, obfity, a jej wyznaczenie dla sinusoidy nie zawsze jest takie proste. Patrząc na strzałkę moglibyśmy powiedzieć, że amplituda to nic innego jak **maksymalna wartość** jaką osiąga napięcie. Zresztą właśnie od słowa „maksymalny” oznaczamy ją, dodając do symbolu małą literkę „m” I tak amplituda napięcia to  $U_m$ , a prądu  $I_m$

# PRĄDY SINUSOIDALNIE ZMIENNE

## AMPLITUDA



# PRĄDY SINUSOIDALNIE ZMIENNE

## WARTOŚĆ MAKSYMALNA

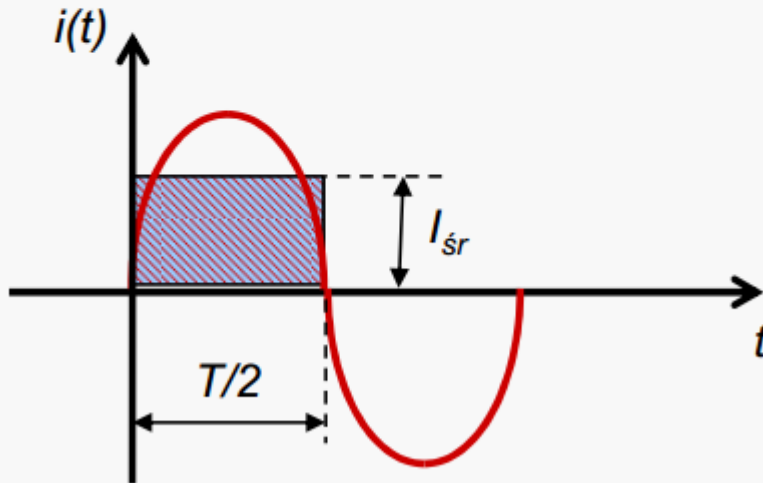
**Wartość maksymalna**  
(np.:  $I_m$ ,  $U_m$ )

największa wartość chwilowa

## WARTOŚĆ CHWILOWA

**Wartość chwilowa**  
(np.:  $i(t)$ ,  $u(t)$ ,  $i$ ,  $u$ )

wartość jaką sygnał przyjmuje w danej chwili

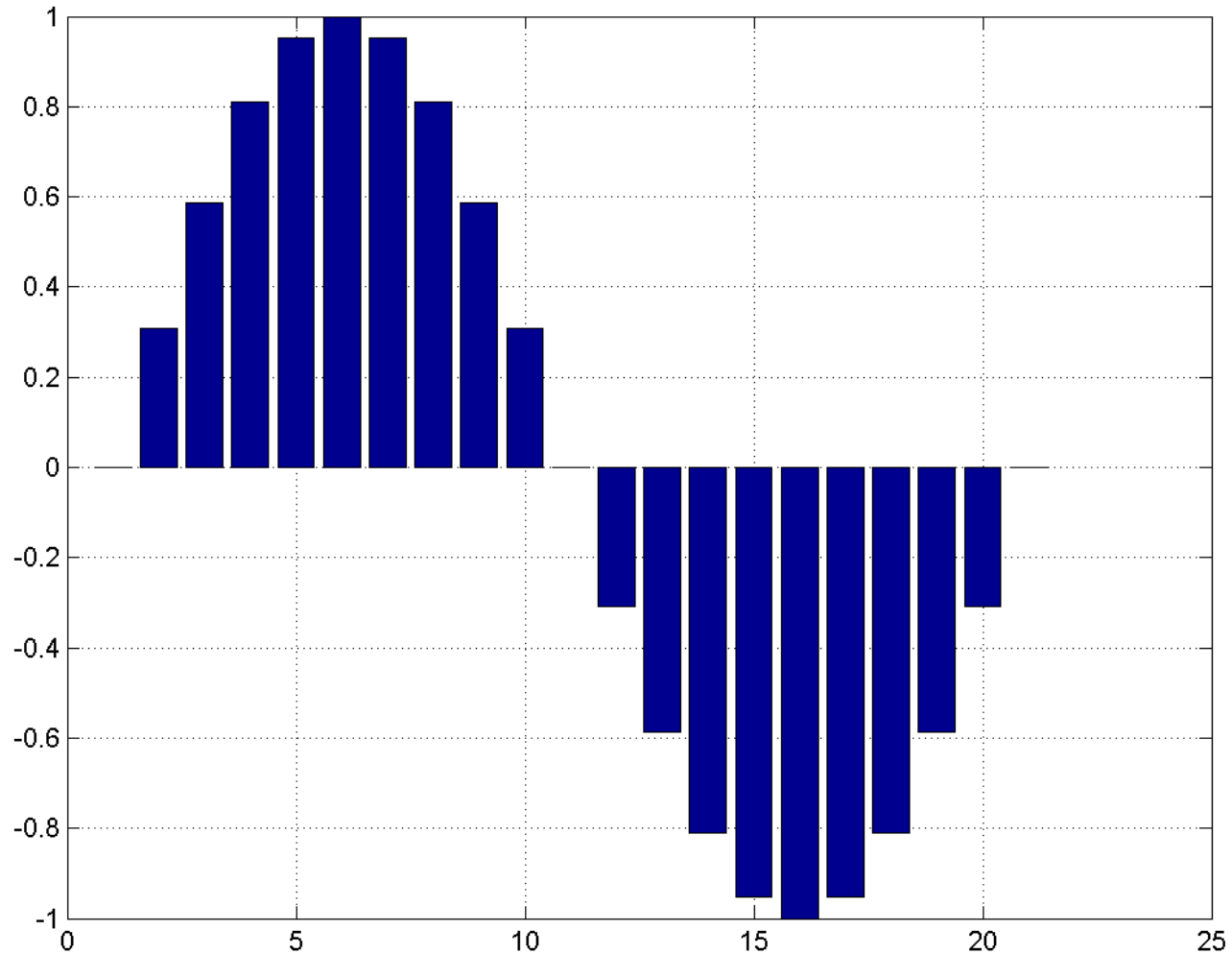


pole wykreślonego prostokąta  
wyobraża ładunek jaki  
przepląnął w czasie  $T/2$  przez  
przekrój poprzeczny przewodnika

# PRĄDY SINUSOIDALNIE ZMIENNE

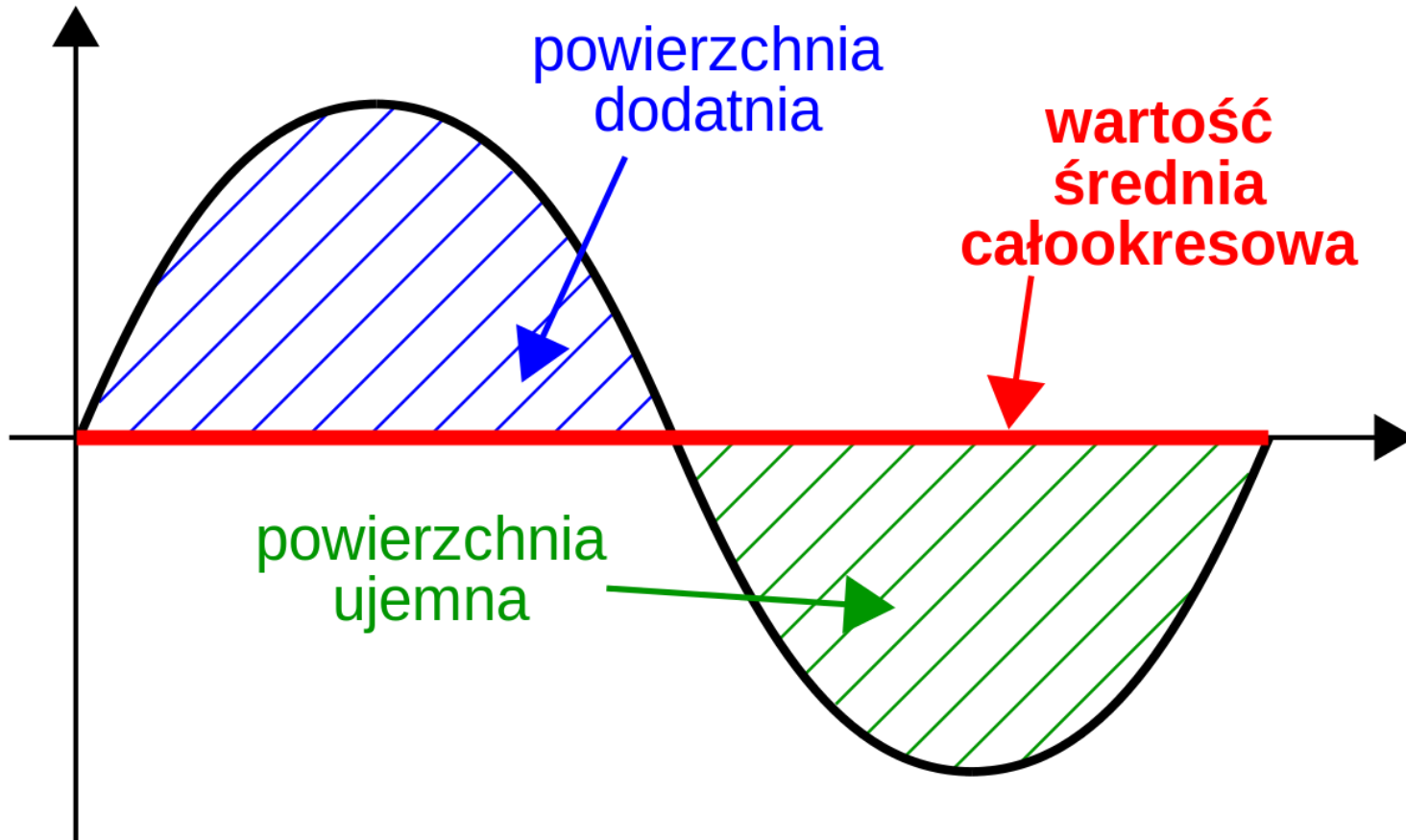
WARTOŚĆ MAKSYMALNA

WARTOŚĆ CHWILOWA



# PRĄDY SINUSOIDALNIE ZMIENNE

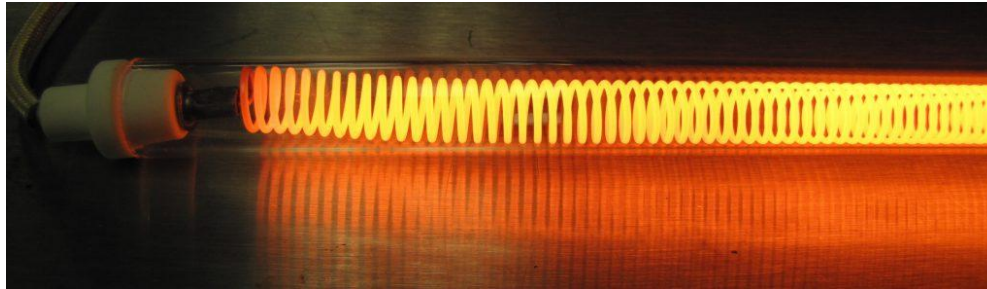
## WARTOŚĆ ŚREDNIA



# PRĄDY SINUSOIDALNIE ZMIENNE

## WARTOŚĆ SKUTECZNA

Na przestrzeni ostatnich 200 lat odkryliśmy dziesiątki niezwykłych właściwości prądu elektrycznego. Wśród nich jest i taka, która wydawać się może niepożądanym skutkiem ubocznym, a w rzeczywistości jest powodem, dla którego wymyślono pojęcie wartości skutecznej. Mowa tutaj o opisanym w 1840 roku przez Jamesa Joule'a grzejnictwie elektrycznym.



Jeśli chodzi o grzanie za pomocą prądu, to istotne są właściwie tylko dwie zasady:

- Jeśli przez przewód płynie prąd, to przewód się nagrzewa
- Im większy prąd i im dłużej płynie, tym więcej ciepła uzyskamy

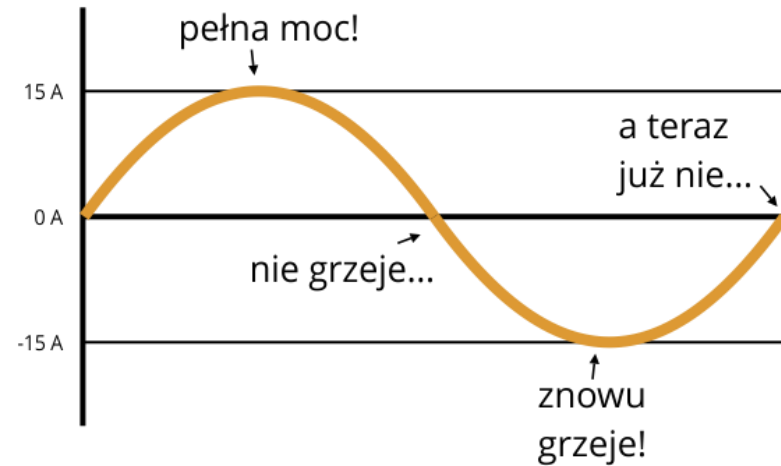
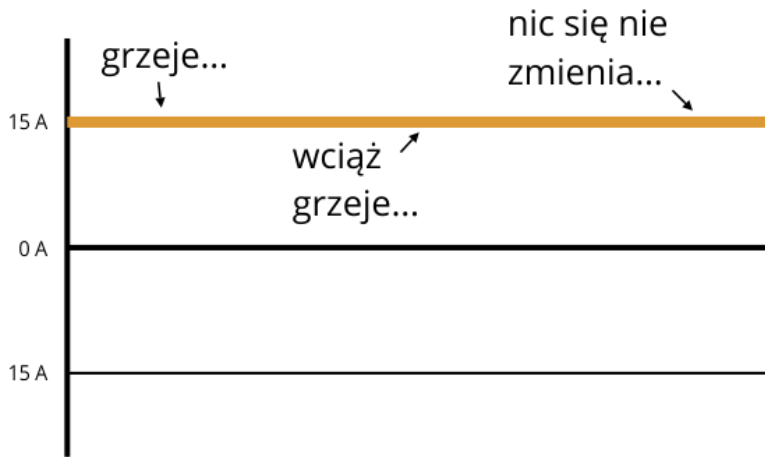
Przez pierwsze sto lat badań nad prądem elektrycznym (lata 1800-1900) niepodzielnie **rządził prąd stały**. Wtedy też kwestia elektrycznego grzania była niezwykle prosta: jeśli prąd płynie, to grzałka grzeje. Kiedy jednak do głosu doszedł prąd przemienny, wszystko zaczęło się komplikować. Przez „komplikować” mam na myśli to, że tak na zdrowy rozum **kompletnie nie nadawał się do efektywnego grzania**.

Proponuje prosty eksperyment myślowy: Załóżmy, że chcemy zagotować wodę przy pomocy grzałki elektrycznej. Która opcja pozwoli zrobić to szybciej? Zasilanie grzałki prądem stałym na poziomie 15 A, czy prądem przemienny o amplitudzie 15 A?

# PRĄDY SINUSOIDALNIE ZMIENNE

## WARTOŚĆ SKUTECZNA

### *Prąd stały vs. prąd przemienny*



# PRĄDY SINUSOIDALNIE ZMIENNE

## WARTOŚĆ SKUTECZNA

Prąd przemienny nie działa przez cały czas – tak możemy to ująć najprościej. Mało tego, pełną moc uzyskuje on tylko na ułamek sekundy, dlatego siłą rzeczy nie może on oddać w tym samym czasie tyle samo energii co prąd stały. Jak duża jest tak naprawdę różnica?

Jaka jest rzeczywista skuteczność grzania prądem przemiennym?

Zagadnienie to da się sprawdzić na kilka sposobów. Generalnie grzałka grzeje wodę tym lepiej, im bardziej sama się nagrzeje. Stąd moja propozycja jest taka:

Bierzemy dwie identyczne grzałki,

Przez jedną przepuszczamy prąd stały o wartości np. 15 A,

Przez drugą przepuszczamy coraz większy prąd przemienny do momentu, aż temperatury grzałek się zrównają.

**Wynik?**

Jak się okazuje, aby osiągnąć taką samą *skuteczność* grzania, amplituda prądu przemiennego musi być o około 41% wyższa od natężenia prądu stałego. W naszym przykładzie powinna ona wynosić około 21 A.

# PRĄDY SINUSOIDALNIE ZMIENNE

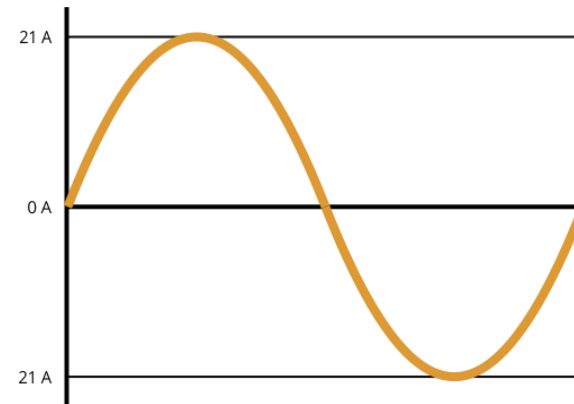
## WARTOŚĆ SKUTECZNA

*Kiedy prąd przemienny dorównuje stałemu?*



$$I = 15 A$$

=



$$I_m = 21,15 A$$

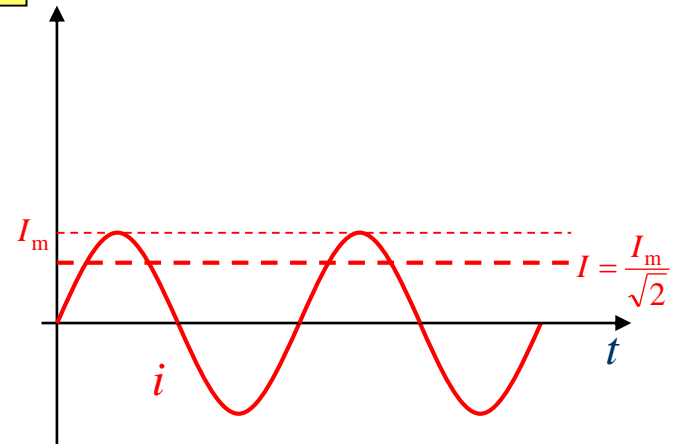
Skoro prąd przemienny o amplitudzie  $I_m = 21,15 A$  grzeje z taką samą *skutecznością* jak prąd stały o natężeniu  $I = 15 A$ , to może owe 15 A nazwijmy po prostu **wartością skuteczną** tego prądu przemiennego? A skoro wartość skuteczna to to samo co natężenie prądu stałego, to i symbol może być przecież taki sam, prawda? Dla prądu będzie to samotna, wielka literą  $I$ , a dla napięcia skutecznego  $U$ , bez jakichkolwiek dodatkowych literek. Nie muszę chyba dodawać, że pomysły w stylu  $U_{sk}$  i  $I_{sk}$  (*sk* od słowa *skuteczne*) nie są najszcześniejsze.

# PRĄDY SINUSOIDALNIE ZMIENNE

## WARTOŚĆ SKUTECZNA

- Zastępczy prąd stały  $I$  wywołujący takie same skutki cieplne jak prąd okresowy  $i$  nazywamy **wartością skuteczną** przebiegu okresowego  $i$ .

Wartością skuteczną prądu sinusoidalnego nazywamy taką wartość prądu stałego, który przepływając przez niezmienną rezystancję, spowoduje wydzielenie na tej rezystancji takiej samej ilości energii cieplnej, co prąd sinusoidalny w tym samym czasie.



Dla sinusoidy 
$$I = \frac{I_m}{\sqrt{2}}$$

# **PARAMETRY PRZEBIEGU SINUSOIDALNEGO**

# PRĄDY SINUSOIDALNIE ZMIENNE

## POMIAR WARTOŚCI NAPIĘCIA / PRĄDU

- Co wskaże amperomierz w przypadku prądu sinusoidalnego? Wartość maksymalną? Skuteczną? Wartości chwilowe? Zero?
- W większości mierników będzie to **wartość skuteczna**.
- Niektóre mierniki wskazują wartość średnią (dla prądu sinusoidalnego będzie to zero).

# PRĄDY SINUSOIDALNIE ZMIENNE

## PARAMETRY PRZEBIEGU SINUSOIDALNEGO

- $I_m$  – wartość maksymalna (amplituda),
- $i$  – wartość chwilowa,
- $I$  – wartość skuteczna,
- $T$  – okres,
- $f$  – częstotliwość,  $i(t) = I_m \sin(\omega t + \alpha) = \sqrt{2}I \sin(\omega t + \alpha)$
- $\omega$  – pulsacja,
- $\alpha$  – kąt fazowy.

$$f = \frac{1}{T}$$

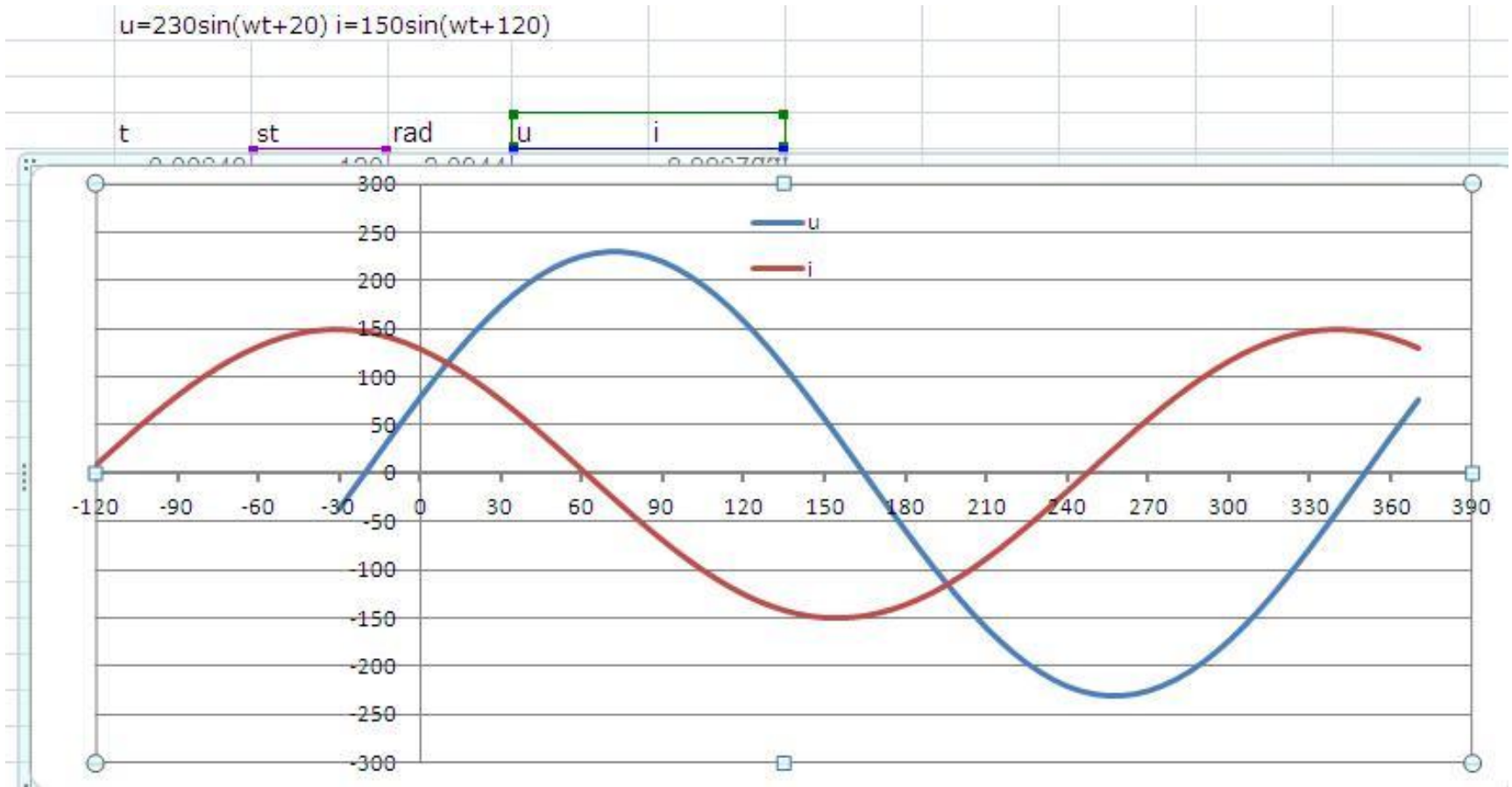
$$\omega = 2\pi f = \frac{2\pi}{T}$$

$$I = \frac{I_m}{\sqrt{2}}$$

# PRĄDY SINUSOIDALNIE ZMIENNE

## PARAMETRY PRZEBIEGU SINUSOIDALNEGO

$$u=230\sin(\omega t+20) \quad i=150\sin(\omega t+120)$$



# **ELEMENTY OBWODU PRĄDU SINUSOIDALNEGO**

# PRĄDY SINUSOIDALNIE ZMIENNE

## ELEMENTY OBWODU PRĄDU SINUSOIDALNEGO

- Typowy obwód prądu sinusoidalnego zawiera:
  - Rezystory (element pasywny czynny),
  - Cewki (element pasywny bierny),
  - Kondensatory (element pasywny bierny),
  - Elementy źródłowe, tj. źródła napięcia i prądu sinusoidalnego (elementy aktywne).

# PRĄDY SINUSOIDALNIE ZMIENNE

## REZYSTOR

- Niezależnie od kształtu przebiegu czasowego prądu i napięcia, dla rezystora liniowego zachodzi zależność

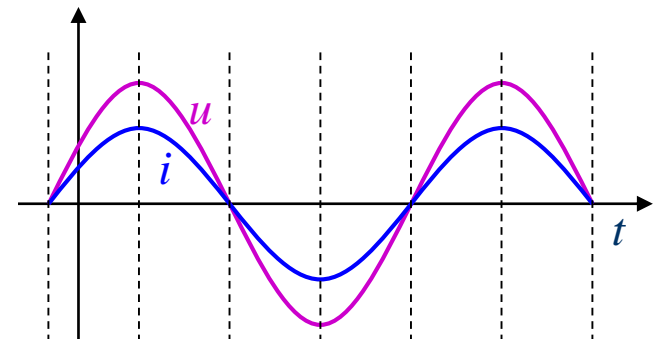
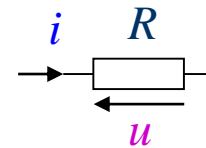
$$u = Ri$$

- Jeżeli

$$i(t) = \sqrt{2}I \sin(\omega t + \alpha)$$

to

$$u(t) = \sqrt{2} \underbrace{RI}_U \sin(\omega t + \alpha)$$



- Wniosek:** prąd i napięcie rezystora są w fazie.

# PRĄDY SINUSOIDALNIE ZMIENNE

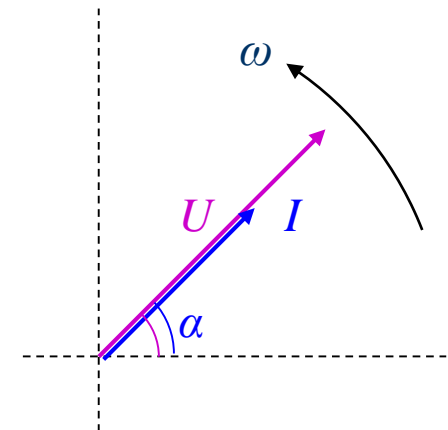
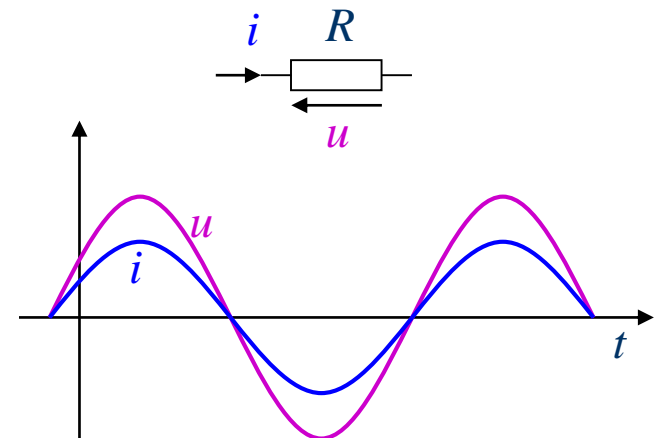
## REZYSTOR

- Prąd i napięcie są w fazie, tzn. mają ten sam kąt fazowy.
- Wskazy prądu i napięcia są równoległe.

$$u(t) = \sqrt{2}U \sin(\omega t + \alpha)$$

$$i(t) = \sqrt{2}I \sin(\omega t + \alpha)$$

$$U = RI$$



# PRĄDY SINUSOIDALNIE ZMIENNE

## CEWKA (INDUKCYJNOŚĆ)

- Niezależnie od kształtu przebiegu czasowego prądu  $i$  i napięcia, dla cewki liniowej zachodzi zależność

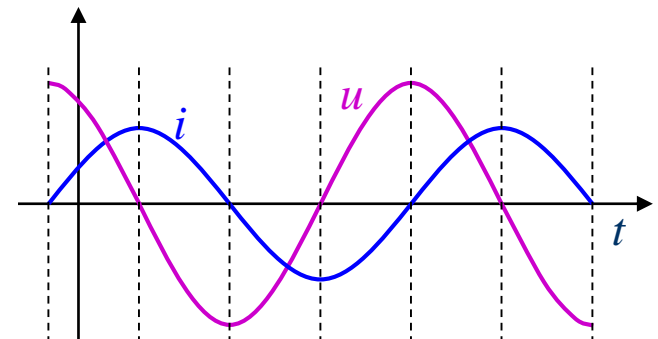
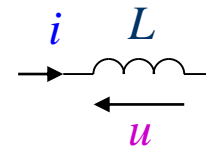
$$u = L \frac{di}{dt}$$

- Jeżeli

$$i(t) = \sqrt{2}I \sin(\omega t + \alpha)$$

to

$$\begin{aligned} u(t) &= \sqrt{2}\omega LI \cos(\omega t + \alpha) = \\ &= \sqrt{2}\omega LI \sin(\omega t + \alpha + 90^\circ) \\ &= \underbrace{\sqrt{2}\omega LI}_U \sin(\omega t + \alpha + 90^\circ) \end{aligned}$$



- Wniosek:** napięcie wyprzedza prąd o  $90^\circ$ .

# PRĄDY SINUSOIDALNIE ZMIENNE

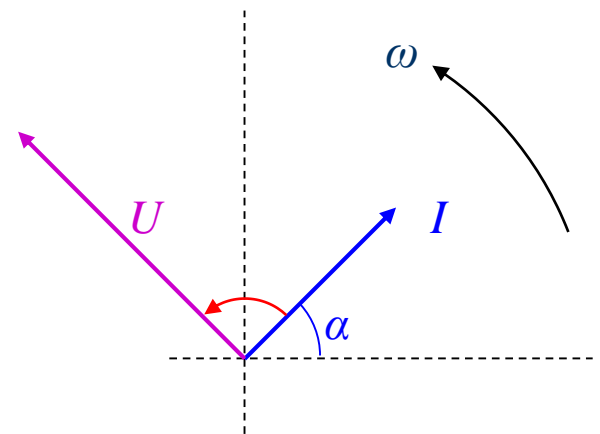
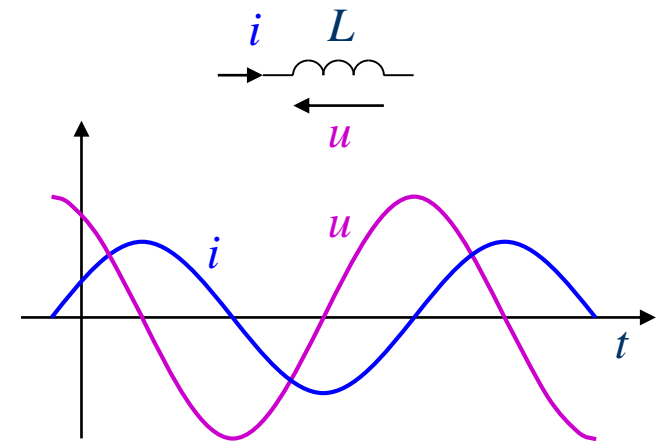
## CEWKA (INDUKCYJNOŚĆ)

- Prąd spóźnia się za napięciem o  $90^\circ$ , czyli napięcie wyprzedza prąd o  $90^\circ$ .
- Wskazy napięcia i prądu są prostopadłe, przy czym wskaz prądu spóźnia się za wskazem napięcia o  $90^\circ$ .

$$u(t) = \sqrt{2}U \sin(\omega t + \alpha + 90^\circ)$$

$$i(t) = \sqrt{2}I \sin(\omega t + \alpha)$$

$$U = \omega LI$$



# PRĄDY SINUSOIDALNIE ZMIENNE

## REAKTANCJA INDUKCYJNA

- Wielkość

$$X_L = \omega L$$

nazywamy **reaktancją indukcyjną** albo **oporem biernym indukcyjnym**.

- Reaktancję wyraża się w omach.
- Zależność pomiędzy wartościami skutecznymi prądu i napięcia na cewce ma postać (**prawo Ohma dla cewki**)

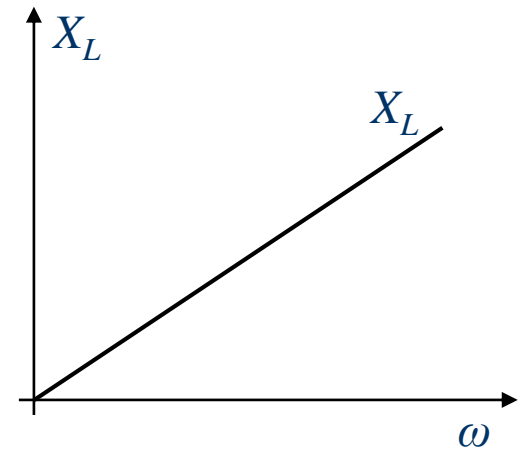
$$U = X_L I$$

- Często zamiast indukcyjności  $L$  podaje się reaktancję  $X_L$ .

# PRĄDY SINUSOIDALNIE ZMIENNE

## REAKTANCJA INDUKCYJNA A CZĘSTOTLIWOŚĆ

- Reaktancja indukcyjna zależy od częstotliwości prądu płynącego przez cewkę.
  - im większa częstotliwość tym większa reaktancja cewki (tym większy opór stawia),
  - dla prądu stałego ( $\omega = 0$ ) cewka stanowi zwarcie, gdyż wtedy  $X_L = 0$ ,
  - dla bardzo dużych częstotliwości cewka stanowi praktycznie przerwę (wykorzystuje się to do tłumienia prądów o dużych częstotliwościach).



# PRĄDY SINUSOIDALNIE ZMIENNE

## KONDENSATOR (POJEMNOŚĆ)

- Niezależnie od kształtu przebiegu czasowego prądu i napięcia, dla kondensatora liniowego

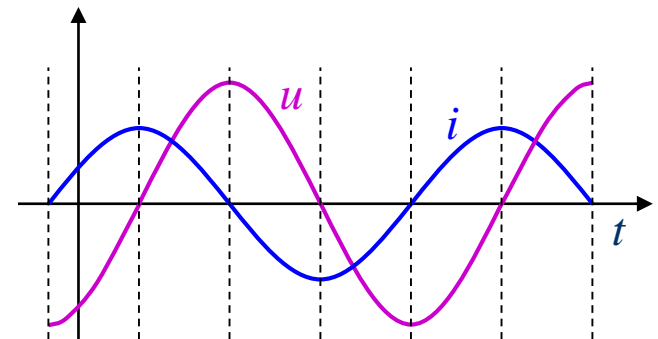
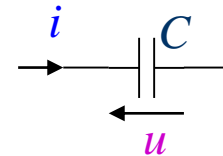
$$i = C \frac{du}{dt}$$

- Jeżeli

$$u(t) = \sqrt{2}U \sin(\omega t + \alpha)$$

to

$$\begin{aligned} i(t) &= \sqrt{2}\omega CU \cos(\omega t + \alpha) = \\ &= \sqrt{2}\omega CU \underbrace{\sin(\omega t + \alpha + 90^\circ)}_I \end{aligned}$$



- Wniosek:** napięcie spóźnia się za prądem o 90°.

# PRĄDY SINUSOIDALNIE ZMIENNE

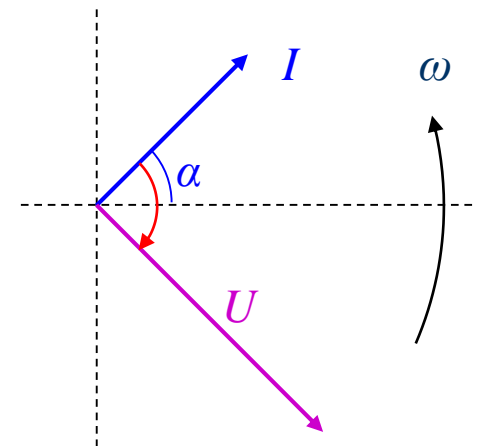
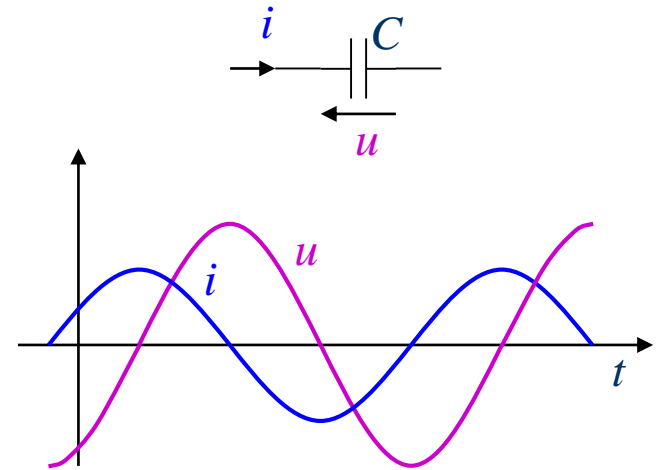
## KONDENSATOR (POJEMNOŚĆ)

- Prąd wyprzedza napięcie o  $90^\circ$ , czyli napięcie spóźnia się za prądem o  $90^\circ$ .
- Wskazy napięcia i prądu są prostopadłe, przy czym wskaz prądu wyprzedza wskaz napięcia o  $90^\circ$ .

$$u(t) = \sqrt{2}U \sin(\omega t + \alpha - 90^\circ)$$

$$i(t) = \sqrt{2}I \sin(\omega t + \alpha)$$

$$U = \frac{I}{\omega C}$$



# PRĄDY SINUSOIDALNIE ZMIENNE

## REAKTANCJA POJEMNOŚCIOWA

- Wielkość

$$X_C = \frac{1}{\omega C}$$

nazywamy **reaktancją pojemnościową** albo **oporem biernym pojemnościowym**.

- Reaktancję wyraża się w omach.
- Zależność pomiędzy wartościami skutecznymi prądu i napięcia ma postać (**prawo Ohma dla kondensatora**)

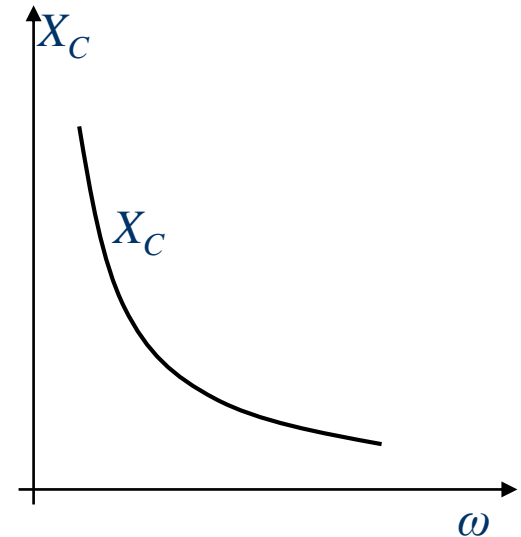
$$U = X_C I$$

- Często zamiast pojemności  $C$  podaje się reaktancję  $X_C$ .

# PRĄDY SINUSOIDALNIE ZMIENNE

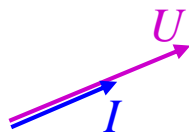
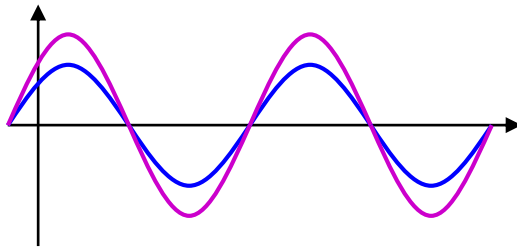
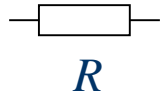
## REAKTANCJA POJEMNOŚCIOWA A CZĘSTOTLIWOŚĆ

- Reaktancja pojemnościowa zależy od częstotliwości napięcia na zaciskach kondensatora.
  - im większa częstotliwość tym mniejsza reaktancja kondensatora (tym mniejszy opór stawia),
  - dla prądu stałego ( $\omega = 0$ ) kondensator stanowi przerwę, gdyż wtedy  $X_C = \infty$ ,
  - dla bardzo małych częstotliwości kondensator stanowi praktycznie przerwę (wykorzystuje się to do tłumienia napięć o małych częstotliwościach).



# PRĄDY SINUSOIDALNIE ZMIENNE

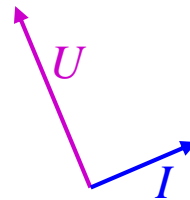
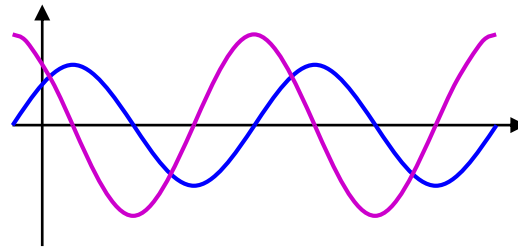
## REZYSTOR / CEWKA / KONDENSATOR



$$U = RI$$



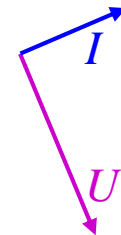
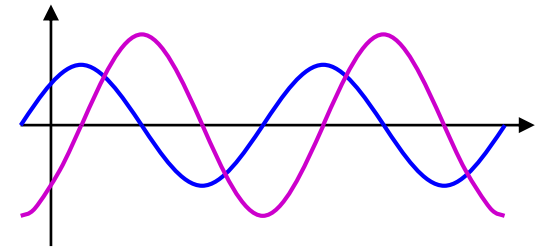
$$X_L = \omega L$$



$$U = X_L I$$



$$X_C = \frac{1}{\omega C}$$



$$U = X_C I$$

# PRĄDY SINUSOIDALNIE ZMIENNE

## REGUŁA CIUL

- W przyswojeniu co za czym się spóźnia, jeśli chodzi o cewkę i kondensator, pomocna może być reguła mnemotechniczna zwana CIUL.
- Czytając pierwsze trzy litery od początku: dla **C** mamy **I** potem **U**,
- Czytając ostatnie trzy litery od końca: dla **L** mamy **U** potem **I**.
- Czytając całość od początku: **C** → **IU** ← **L**

**DWÓJNIK**

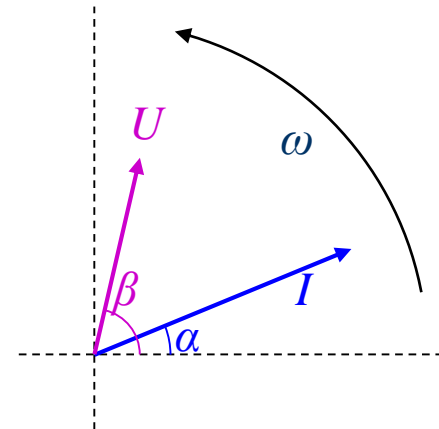
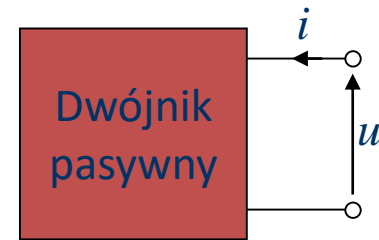
# PRĄDY SINUSOIDALNIE ZMIENNE

## IMPEDANCJA (MODUŁ) DWÓJNIKA

- **Modułem impedancji** dwójnika pasywnego (lub niezbyt precyzyjnie – **impedancją**), nazywamy iloraz wartości skutecznej napięcia do wartości skutecznej prądu

$$Z = \frac{U}{I}$$

- Jest to uogólnienie pojęcia rezystancji na przypadek prądów sinusoidalnych.
- Jednostką impedancji jest 1 om ( $1 \Omega$ ), czyli tak jak rezystancji.



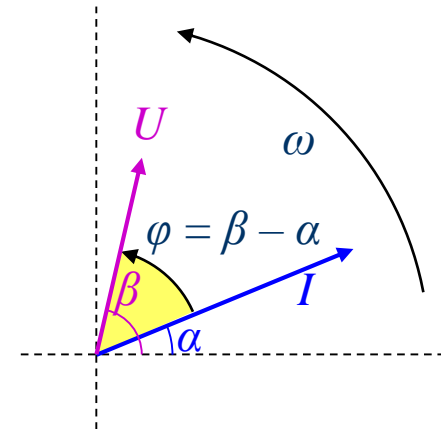
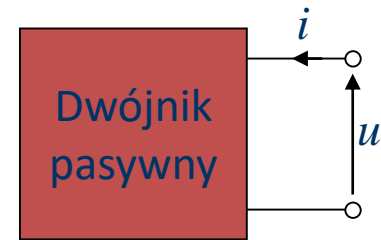
# PRĄDY SINUSOIDALNIE ZMIENNE

## KĄT FAZOWY DWÓJNIKA

- **Kątem fazowym** dwójnika nazywamy różnicę pomiędzy kątami fazowymi napięcia i prądu

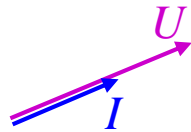
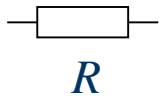
$$\varphi = \beta - \alpha$$

- Kąt fazowy jest kątem pomiędzy wskazami napięcia i prądu.
- Kąt fazowy dwójnika pasywnego zawiera się od  $-90^\circ$  do  $90^\circ$ .
- **Kąt ten jest dodatni, gdy napięcie wyprzedza prąd, zaś ujemny, gdy napięcie spóźnia się za prądem.**



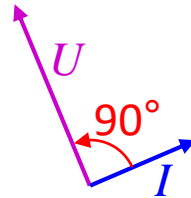
# PRĄDY SINUSOIDALNIE ZMIENNE

## REZYSTOR / CEWKA / KONDENSATOR - IMPEDANCJA



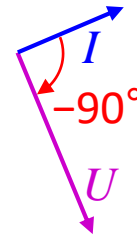
$$Z = R$$

$$\varphi = 0$$



$$Z = X_L = \omega L$$

$$\varphi = 90^\circ$$



$$Z = X_C = \frac{1}{\omega C}$$

$$\varphi = -90^\circ$$

# PRĄDY SINUSOIDALNIE ZMIENNE

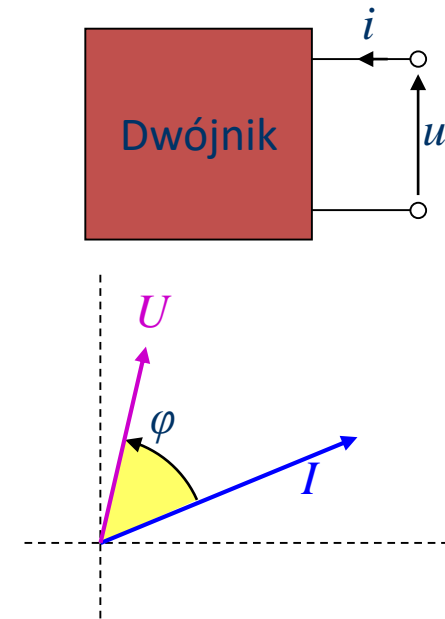
## IMPEDANCJA – SUSCEPTANCJA - ADMITANCJA

- **Rezystancja**  $R$  (*resistere – opierać się*), opór czynny - opór stawiany prądowi przez rezystor,
- **Reaktancja**  $X$  (*reagere – reagować*), opór bierny – opór stawiany prądowi przez cewkę lub kondensator.
- **Impedancja**  $Z$  (*impedere – zawadzać*), opór pozorny – opór wypadkowy stawiany przez dwójnik pasywny.

# PRĄDY SINUSOIDALNIE ZMIENNE

## IMPEDANCJA I KĄT FAZOWY DWÓJNIKA

- Każdy dwójnik pasywny charakteryzuje się:
  - modułem impedancji  $Z = U/I$ ,
  - kątem fazowym  $\varphi$ .
- Moduł impedancji jest nieujemną liczbą rzeczywistą.
- Kąt fazowy przyjmuje wartości z zakresu od  $-90^\circ$  do  $+90^\circ$ .
- Wartości te są niezależne od wartości skutecznej prądu i napięcia dwójnika, ale zależą od częstotliwości.
- Wartości te są określone jedynie dla przebiegów sinusoidalnych.



# PRĄDY SINUSOIDALNIE ZMIENNE

## TRÓJKĄT IMPEDANCJI

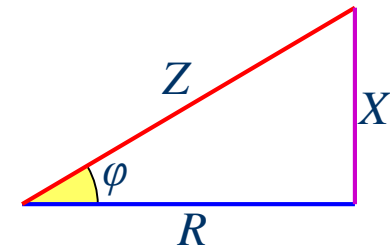
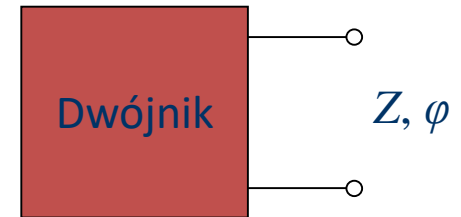
- Narysujemy trójkąt prostokątny o kącie  $\varphi$  i przeciwprostokątnej  $Z$ .
- Przyprostokątne wyrażają się wzorami

$$R = Z \cos \varphi \quad X = Z \sin \varphi$$

oraz zachodzą związki.

$$Z = \sqrt{R^2 + X^2} \quad \operatorname{tg} \varphi = \frac{X}{R}$$

- Jest to tzw. **trójkąt impedancji**. Każdy dwójnik pasywny charakteryzuje się zatem pewną rezystancją  $R$  i reaktancją  $X$ .



# **MOC W OBWODACH PRĄDU PRZEMIENNEGO**

# PRĄDY SINUSOIDALNIE ZMIENNE

## MOC CHWILOWA

### Moc chwilowa

pochodna energii elektrycznej względem czasu,  
będąca miarą szybkości, z jaką energia ta jest  
dostarczana do rozpatrywanego odbiornika w danej chwili.

$$p = \frac{dW}{dt} = \frac{u dq}{dt} = \frac{u idt}{dt} = ui$$

Jednostką mocy jest wat [1 W]

$$1 \text{ W} = \frac{1 \text{ J}}{1 \text{ s}}$$

# PRĄDY SINUSOIDALNIE ZMIENNE

## MOC CHWILOWA

- **Mocą chwilową** nazywamy iloczyn chwilowych wartości napięcia i prądu

$$p(t) = u(t)i(t)$$

- Jeżeli dla pewnego dwójnika

$$u(t) = \sqrt{2}U \sin(\omega t + \psi_u) \quad i(t) = \sqrt{2}I \sin(\omega t + \psi_i)$$

to można pokazać, że

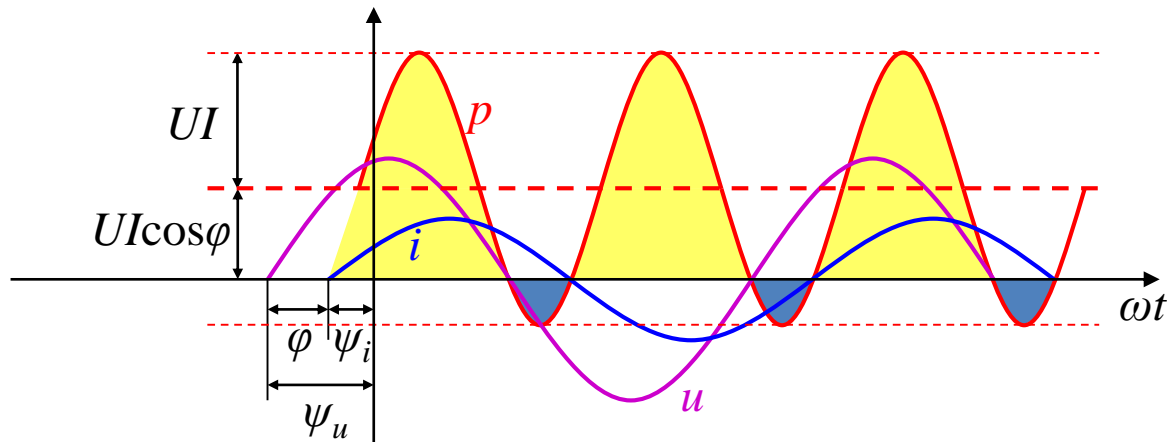
$$p(t) = UI \cos \varphi - UI \cos(2\omega t + 2\psi_u - \varphi)$$

gdzie  $\varphi = \psi_u - \psi_i$  jest kątem fazowym dwójnika.

## PRĄDY SINUSOIDALNIE ZMIENNE MOC CHWILOWA

- Moc chwilowa oscyluje z częstotliwością dwukrotnie większą (w porównaniu do częstotliwości napięcia i prądu) wokół wartości średniej równej  $UI \cos \varphi$ :

$$p(t) = UI \cos \varphi - UI \cos(2\omega t + 2\psi_u - \varphi)$$



# PRĄDY SINUSOIDALNIE ZMIENNE

## MOC CZYNNNA I POZORNA

- Średnią moc chwilowej nazywamy **mocą czynną**

$$P = UI \cos \varphi$$



Współczynnik mocy

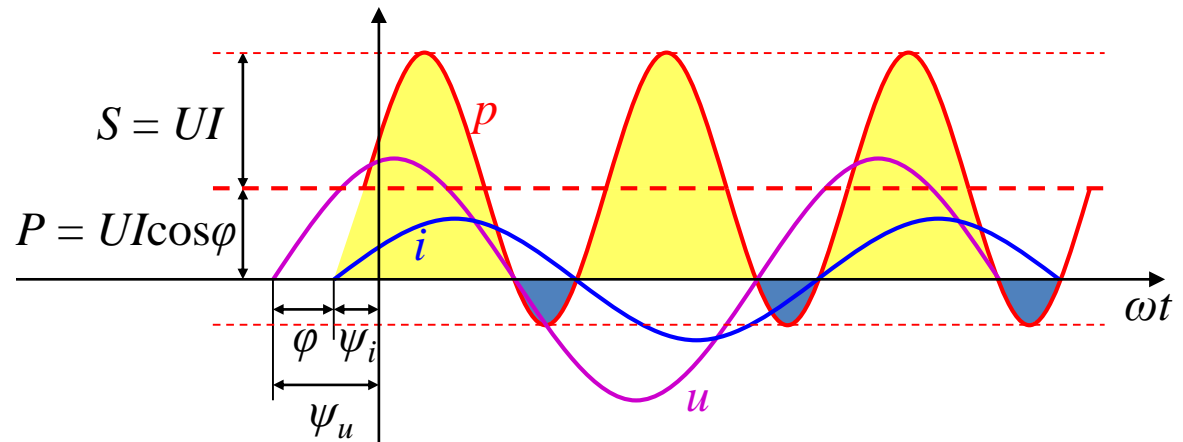
- Amplitudę mocy chwilowej nazywamy **mocą pozorną**

$$S = UI$$

### Moc czynna

-średnia mocy chwilowej w okresie:

$$P = \frac{1}{T} \int_0^T p dt$$



# PRĄDY SINUSOIDALNIE ZMIENNE

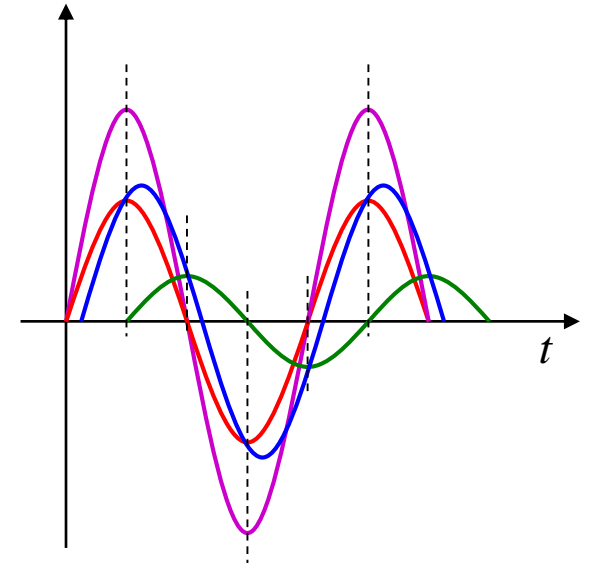
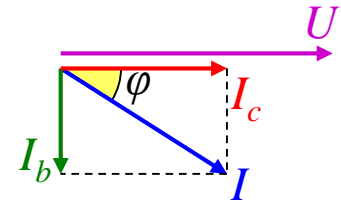
## PRĄD CZYNNY I BIERNY

- Wskaz prądu można uważać za sumę dwóch wskazów:
  - równoległego do wskazu napięcia,
  - prostopadłego do wskazu napięcia.
- Składowa równoległa  $I_c$  to tzw. **składowa czynna**; odpowiada ona sinusoidzie będącej w fazie z sinusoidą napięcia, a jej wartość skuteczna wynosi

$$I_c = I \cos \varphi$$

- Składowa prostopadła  $I_b$  to tzw. **składowa bierna**; odpowiada sinusoidzie przesuniętej o  $\pm 90^\circ$ , a jej wartość skuteczna wynosi

$$I_b = I \sin \varphi$$



## PRĄDY SINUSOIDALNIE ZMIENNE

### MOC CZYNNA I BIERNA

- Ponieważ  $P = UI \cos \varphi$ , a  $I \cos \varphi = I_c$ , moc czynną można obecnie wyrazić jako

$$P = UI \cos \varphi = UI_c$$

- Wniosek: moc czynna przenoszona jest jedynie przez składową czynną prądu (stąd i nazwa „czynna”).
- Składowa bierna prądu nie wytwarza mocy czynnej, niesie natomiast tzw. **moc bierną**

$$Q = UI_b = UI \sin \varphi$$

# PRĄDY SINUSOIDALNIE ZMIENNE

## MOC CZYNNNA

Moc czynna:

- nieujemna
- maksymalna dla odbiornika rezystancyjnego  
( $\varphi = 0$ ,  $\cos \varphi = 1$ ,  $P = UI$ )
  - minimalna  
gdy odbiornikiem jest idealna cewka  
lub idealny kondensator  
( $\varphi = \pm \pi/2$ ,  $\cos \varphi = 0$ ,  $P = 0$ )

# PRĄDY SINUSOIDALNIE ZMIENNE

## MOC BIERNA

- jest dodatnia dla obwodów o charakterze indukcyjnym  
( $\varphi > 0$ ,  $\sin \varphi > 0$ ,  $Q > 0$ )
- jest ujemna dla obwodów o charakterze pojemnościowym  
( $\varphi < 0$ ,  $\sin \varphi < 0$ ,  $Q < 0$ )

# PRĄDY SINUSOIDALNIE ZMIENNE

## Współczynnik mocy – analogia kufła z piwem

Jak wiadomo, moc gaszenia pragnienia zawarta jest w złocistym płynie symbolizującym moc czynną (P). Jednak piwo, zwłaszcza w upalne dni, nalewane jest w określonych warunkach, np. pod presją kolejki oczekujących. Nie ma możliwości, aby uniknąć powstawania pianki reprezentującej moc bierną (Q). Suma obu tych wielkości tworzy zawartość kufła, czyli moc pozorną (S).

Istotne w tym jest, żeby piana (Q) dodawała przyjemności z konsumpcji, ale też, żeby jej ilość mieściła się w rozsądnych granicach.

Udział piwa – mocy czynnej, w zawartości kufła – mocy całkowitej, inaczej zwanej mocą pozorną, jest wielkością charakteryzującą układ elektryczny.

$$PF = P / S = \text{piwo} / (\text{piwo} + \text{pianka})$$

**PF – ang., power factor – współczynnik mocy**

Z tej zależności wynika, że im więcej mocy biernej (piany), tym niższy współczynnik mocy (PF). Z kolei, gdy udział piany (moc bierna – Q) w zawartości kufła (moc pozorną – S) zbliża się do zera, współczynnik mocy dąży do 1.

Idealnie nalany kufel piwa, po opadnięciu piany, zawiera dokładnie tyle piwa, za ile zapłaciliśmy – współczynnik mocy wynosi wtedy 1.



# PRĄDY SINUSOIDALNIE ZMIENNE

## MOC CHWIŁOWA / CZYNNA / BIERNA / POZORNA

W obwodach prądu sinusoidalnego wyróżnia się zatem:

- **moc chwilową**  $p(t) = u(t)i(t)$  – jest to wartość zmienna w czasie oscylująca sinusoidalnie z amplitudą  $S$  i podwojoną częstotliwością wokół wartości średniej  $P$ ,
- **moc czynną**  $P = UI\cos\varphi$  – jest to średnia wartość mocy (za okres) realnie pobieranej przez urządzenie, możliwa do przetworzenia na inną formę (np. mechaniczną, cieplną), moc ta jest zawsze nieujemna,
- **moc bierną**  $Q = UI\sin\varphi$  – jest to wielkość czysto umowna związana okresowymi zmianami w energii zmagazynowanej w elementach reaktancyjnych (cewka, kondensator), moc ta może być dodatnia (indukcyjna, gdy  $\varphi > 0$ ) lub ujemna (pojemnościowa, gdy  $\varphi < 0$ ),
- **moc pozorną**  $S = UI$  – moc wynikająca z amplitud napięcia i prądu, uwzględniająca zarówno moc czynną jak i bierną.

## PRĄDY SINUSOIDALNIE ZMIENNE

### MOC CHWIŁOWA / CZYNNA / BIERNA / POZORNA

- Jednostką mocy w układzie SI jest wat (W),
- Nominalnie  $W = J/s = A \cdot V$ ,
- Moc chwilową  $p$  i czynną  $P$ , jako wielkości realne, wyrażamy w **watach** (W),
- Moc pozorną  $S$  wyrażamy z **woltoamperach** (VA, nominalnie jest to wat),
- Moc bierną  $Q$  wyrażamy w **warach** (VAr – woltoamper reaktancyjny, nominalnie jest to wat),
- Rozróżnianie jednostek W, VA, VAr ma na celu uwypuklenie tego, że dotyczą one różnych wielkości.

# PRĄDY SINUSOIDALNIE ZMIENNE

## TRÓJKĄT MOCY

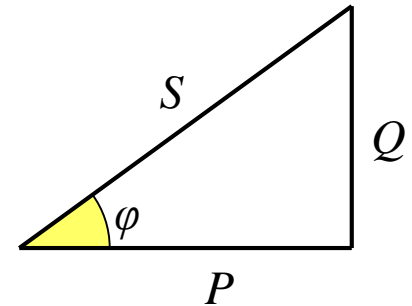
- Ze wzorów

$$S = UI \quad P = UI \cos \varphi \quad Q = UI \sin \varphi$$

dostajemy związki

$$S = \sqrt{P^2 + Q^2}$$

$$\operatorname{tg} \varphi = \frac{Q}{P} \quad \cos \varphi = \frac{P}{S} \quad \sin \varphi = \frac{Q}{S}$$



- Możemy je zobrazować za pomocą tzw. **trójkąta mocy**.

# PRĄDY SINUSOIDALNIE ZMIENNE

## WSPÓŁCZYNNIK MOCY

- Moc czynną można zapisać jako

$$P = S \cos \varphi$$

- Występującą tą wielkość

$$\cos \varphi = \frac{P}{S}$$

nazywamy **współczynnikiem mocy**.

- Przyjmuje on wartości z przedziału od 0 do 1:
  - 1 dla  $\varphi = 0$  (rezystor),
  - 0 dla  $\varphi = \pm 90^\circ$  (cewka lub kondensator).
- Współczynnik mocy typowych urządzeń:
  - Żarówka, grzałka, żelazko – około 0,95 do 0,99,
  - Silniki od 0,1 w stanie jałowym do około 0,8 w stanie nominalnym.

# PRĄDY SINUSOIDALNIE ZMIENNE

## MOC WYDZIELANA NA REZYSTORZE

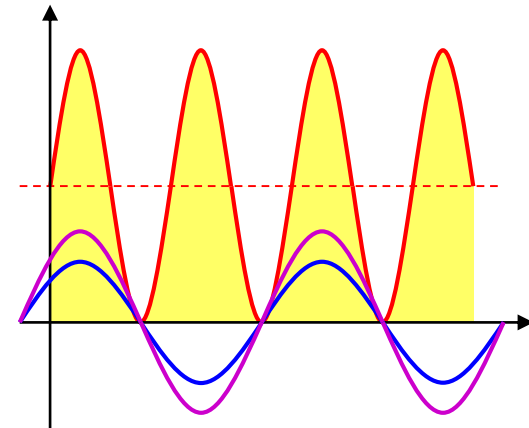
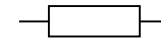
- Dla rezystora  $\varphi = 0$ , więc

$$p = UI - UI \cos(2\omega t + 2\psi_u)$$

$$P = UI \cos \varphi \underset{\varphi=0}{=} UI \underset{U=RI}{=} RI^2$$

$$Q = UI \sin \varphi = 0$$

$$S = P = RI^2$$



- Moc chwilowa rezystora jest zawsze nieujemna, zatem rezystor w sposób pulsacyjny pobiera energię ze źródła (średnio  $PT$  w jednym okresie  $T$ ).
- Rezystor nie pobiera mocy biernej, a tylko moc czynną.

# PRĄDY SINUSOIDALNIE ZMIENNE

## MOC WYDZIELANA NA CEWCE

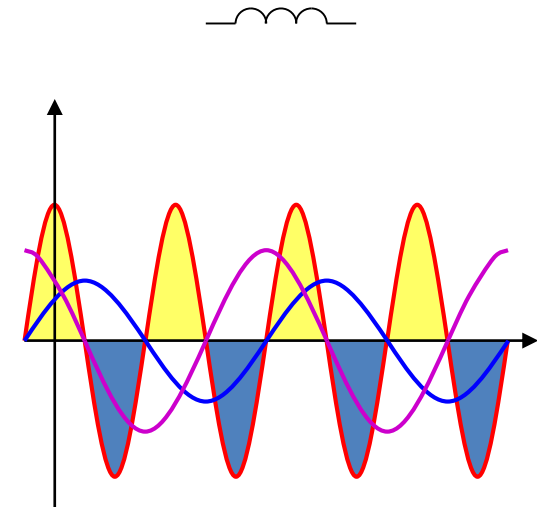
- Dla cewki  $\varphi = 90^\circ$ , więc

$$p = -UI \cos(2\omega t + 2\psi_u - 90^\circ)$$

$$P = UI \cos \varphi \underset{\varphi=90^\circ}{=} 0$$

$$Q = UI \sin \varphi = UI \underset{U=X_L I}{=} X_L I^2$$

$$S = |Q| = X_L I^2$$



- Moc chwilowa cewki oscyluje wokół zera, zatem cewka przez ćwierć okresu pobiera energię i magazynuje ją w polu magnetycznym, a przez następną ćwierć okresu oddaje ją do obwodu.
- Cewka nie pobiera mocy czynnej, a tylko **dodatnią** moc bierną.

# PRĄDY SINUSOIDALNIE ZMIENNE

## MOC WYDZIELANA NA KONDENSATORZE

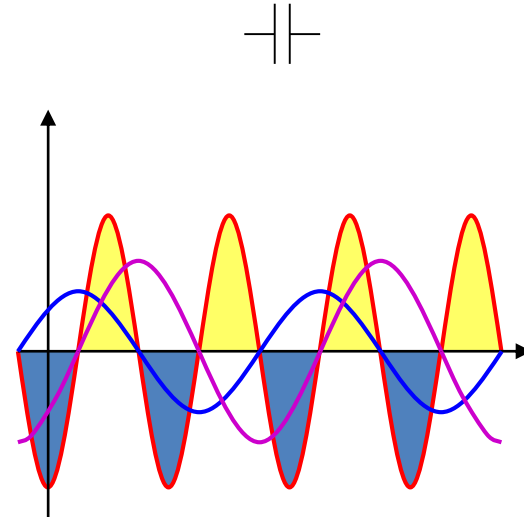
- Dla kondensatora  $\varphi = -90^\circ$ , więc

$$p = -UI \cos(2\omega t + 2\psi_u + 90^\circ)$$

$$P = UI \cos \varphi \underset{\varphi = -90^\circ}{=} 0$$

$$Q = UI \sin \varphi = -UI \underset{U = X_C I}{=} -X_C I^2$$

$$S = |Q| = X_C I^2$$

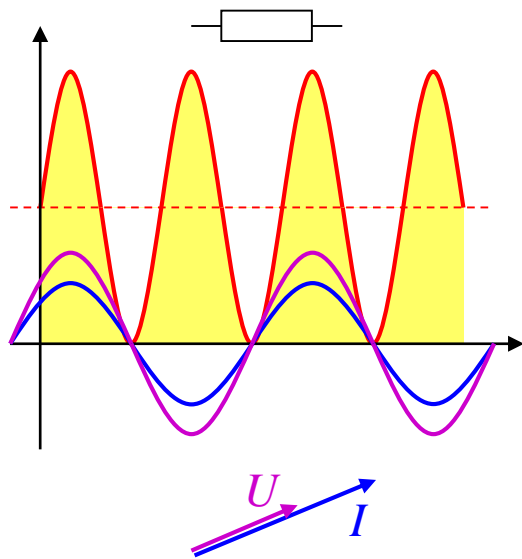


- Moc chwilowa kondensatora oscyluje wokół zera, zatem kondensator przez ćwierć okresu pobiera energię i magazynuje ją w polu elektrycznym, a przez następną ćwierć okresu oddaje ją do obwodu.
- Kondensator nie pobiera mocy czynnej, a tylko **ujemną** moc bierną (czyli wytwarza dodatnią moc bierną).

# PRĄDY SINUSOIDALNIE ZMIENNE

## IMPEDANCJA / MOC WYDZIELANA

### NA REZYSTORZE / CEWCE / KONDENSATORZE

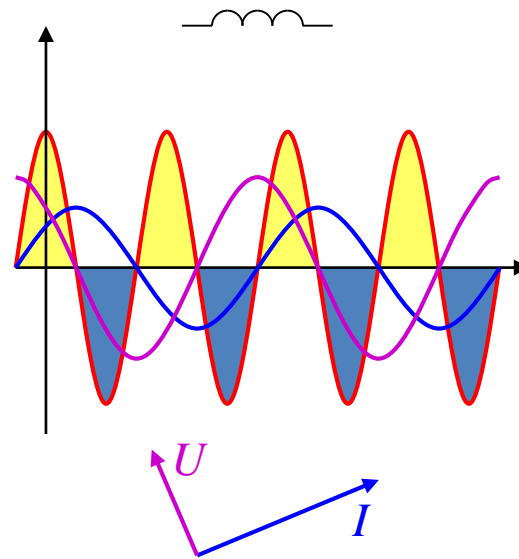


$$Z = R$$

$$\varphi = 0$$

$$P = RI^2$$

$$Q = 0$$

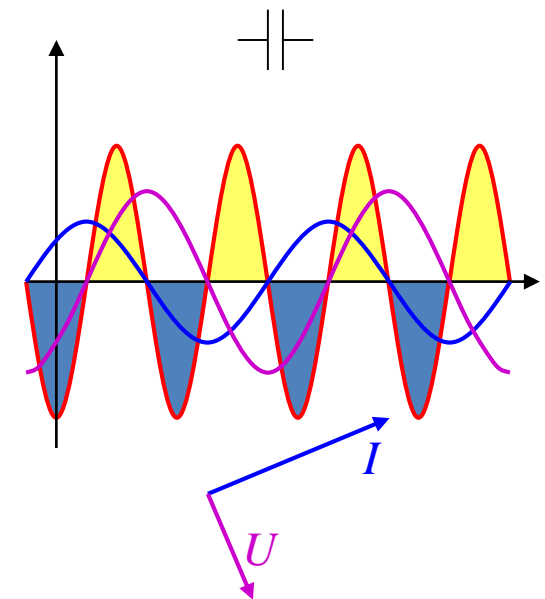


$$Z = X_L = \omega L$$

$$\varphi = 90^\circ$$

$$P = 0$$

$$Q = X_L I^2$$



$$Z = X_C = \frac{1}{\omega C}$$

$$\varphi = -90^\circ$$

$$P = 0$$

$$Q = -X_C I^2$$

# PRĄDY SINUSOIDALNIE ZMIENNE

## BILANS MOCY

Odbiorniki prądu przemiennego pobierają:

- **moc i energię czynną**  
(pracę użyteczną i ciepło strat)
- oraz **moc bierną indukcyjną**  
(nie wykonuje żadnej pracy,  
ale warunkuje poprawną pracę tych urządzeń).

Konieczność dostarczania mocy biernej indukcyjnej do odbiorników powoduje **zwiększenie wartości prądów roboczych.**

## PRĄDY SINUSOIDALNIE ZMIENNE

### BILANS MOCY

- Bilans mocy przeprowadza się oddzielnie dla mocy czynnej i oddzielnie dla mocy biernej

$$\sum P_{\text{odb}} = \sum P_{\text{źr}}, \quad \sum (Q_{\text{odb}}) = \sum (Q_{\text{źr}})$$

- Moc bierną sumujemy z uwzględnieniem znaku (ujemna dla kondensatora, dodatnia dla cewki).
- **Nie wolno sumować mocy pozornych**, moc pozorną należy obliczać ze związku

$$S = UI = \sqrt{P^2 + Q^2}$$